Praktikum Einführung in die Materialwissenschaften I

Temperaturabhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit von Metallen und Halbleitern

01. November 2007

Versuchsbetreuer: André Wachau

Gruppe 8

Gruppenmitglieder:

Anja Habereder

Jonathan Griebel

Andreas Hanauer

1 Grundlagen

1.1 Physikalische Grundlagen

1.1.1 Leitfähigkeit

Der elektrischen Leitung liegt die Bewegung von Ladungsträgern im E-Feld zugrunde. Die Beweglichkeit der Ladungsträger μ folgendermaßen beschrieben, wobei τ die mittlere Zeit zwischen zwei Stößen ist.

$$\mu = \frac{e\tau}{m_e} \tag{1}$$

Je höher die Ladungsträgerkonzentration und je größer die Beweglichkeit der Ladungsträger ist, desto höher ist die spezifische elektrische Leitfähigkeit σ.

$$\sigma = e \cdot n \cdot \mu \tag{2}$$

Aus der elektrischen Leitfähigkeit ergibt sich der spezifische elektrische Widerstand ρ.

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \tag{3}$$

Auf die Beweglichkeit der Ladungsträger μ nimmt die Anzahl der Stoßpartner Einfluss. Diese können Atomrümpfe, Leerstellen, Fremdatome und Phononen (Gitterschwingungen eines Festkörpers) sein. Die Anzahl der Phononen ist proportional abhängig von der Temperatur.

$$\rho_{ph}(T) \sim T \tag{4}$$

Der Beitrag der Störstellen (positive Atomrümpfe, Fremdatome) zum spezifischen elektrischen Widerstand ist nicht temperaturabhängig und ist daher konstant.

$$\rho_{st}(T) = \text{const.} \tag{5}$$

Die Matthiesen'sche Regel fasst den elektrischen Widerstand zusammen.

$$\rho_{ges} = \rho_{st} + \rho_{ph} \tag{6}$$

Aus den Gleichungen (4), (5) und (6) folgt die lineare Temperaturabhängigkeit des gesamt spezifischen Widerstands mit dem lineare Widerstandskoeffizienten α.

$$\rho(T) = \rho_0\,(1 + \alpha T) \tag{7}$$

1.1.2 Das Bändermodell

Im Atom können Elektronen nur ganz bestimmte Energieniveaus besetzten, die Orbitale. Im Molekül kommt es zur Wechselwirkung der Orbitale, sie überlappen sich und spalten sich in bindende und antibindende Zustände auf. Je mehr Atome zu einem Festkörper zusammentreten, desto mehr Zustände kommen gemäß der Atomanzahl n hinzu. Diese Zustände liegen so dicht zusammen, dass von einem Band gesprochen wird. In den Bändern gehen die Energieniveaus quasi kontinuierlich ineinander über. Bei der Besetzung der einzelnen Zustände gilt das Pauli Prinzip.

In voll besetzten Bändern können sich die Elektronen nicht frei bewegen und deshalb nicht zur elektrischen Leitung beitragen. In Bändern, die nicht voll besetzt sind, können die Elektronen in höhere Niveaus angeregt bzw. in freie Zustände gestreut werden. Sie sind nun frei beweglich und können zur elektrischen Leitung beitragen. Das Band der Valenzelektronen heißt Valenzband. Ist das Valenzband im Grundzustand voll besetzt, so heißt das nächst höhere Band Leitungsband. Für die Lage des Leitungsbandes bezüglich des Valenzbandes gibt es drei Möglichkeiten. Die Bänder können überlappen, was zur Folge hat, dass sich Valenzelektronen im Leitungsband befinden. Die Bandlücke E_g zwischen Valenz- und Leitungsband kann relativ klein (< 3 eV) bzw. relativ groß (> 3 eV) sein. Ist das Valenzband voll, so können Elektronen durch Energieaufnahme in das Leitungsband gestreut werden.

Aufgrund der Bandstruktur unterscheidet man die Materialien nach:

Isolatoren: Das Valenzband ist komplett gefüllt und die Bandlücke ist besonders groß ($E_g > 3$ eV). Sie besitzen so gut wie keine elektrische Leitfähigkeit.

Leiter: Das Valenzband ist nur teilweise gefüllt oder das Valenzband ist voll überlappt sich aber mit dem Leitungsband. Diese Stoffe leiten den elektrischen Strom gut.

Halbleiter: Das Valenz und Leitungsband liegen zwar auseinander aber mithilfe von Energie ($E_g < 3$ eV) können die Elektronen in das Leitungsband angeregt werden.

1.2 Grundlagen zur Berechnung der Bandlücke

Die Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit bei Halbleitern wird durch den Boltzmannterm beschrieben. Dieser beschreibt die Wahrscheinlichkeit, dass ein Elektron aufgrund der thermischen Energie die Bandlücke überwinden kann. Die Anzahl der Ladungsträger wird in Gleichung (8) beschrieben.

$$n = n_0 \cdot e^{-\frac{E_G}{2k_B T}} \tag{8}$$

Da die potentielle Abhängigkeit der Beweglichkeit gegenüber der exponentiellen Abhängigkeit der Ladungsträgerkonzentration von der Temperatur vernachlässigt werden kann folgt für die elektrische Leitfähigkeit:

$$\sigma(T) = \sigma_0 \cdot e^{-\frac{E_G}{2k_B T}} \tag{9}$$

Durch logarithmieren von Gleichung (9) ergibt sich Gleichung (10). Anhand der Steigung der Regressionsgeraden in der Auftragung von ln(σ) über 1/T resultiert die Bandlücke E_G.

$$\ln(\sigma) = \ln(\sigma_0) - \frac{E_G}{2k_B} \cdot \frac{1}{T} \tag{10}$$

1.3 4-Punkt Messung

An der zu untersuchenden Probe werden linear 4 Kontakte angebracht. An den äußeren Kontakten wird der Strom aufgeprägt und an den inneren die Spannung gemessen. Da in der inneren Masche aufgrund des hohen Innenwiderstandes des Voltmeters nahezu kein Strom fließt, kann in ihr auch keine Spannung abfallen. Der aufgeprägte Strom I_0 entspricht I_{Probe} und die gemessene Spannung U_{Mess} die der Probe U_{Probe}. Dadurch ist der Widerstand der Kontakte nicht mehr relevant.

Nach dem Ohmschen Gesetz

$$U = R \cdot I \tag{11}$$

und unter Berücksichtigung der Probengeometrie gelangt man zu folgender Formel für den spezifischen Widerstand:

$$\rho = \frac{\pi}{\ln 2} \cdot w \cdot \frac{U_{Mess}}{I_0} \tag{12}$$

Bedingung für die Anwendbarkeit der Formel ist, dass der Abstand der Kontakte klein gegenüber der Probenbreite ist.

2 Durchführung

Auf Grundlage der 4-Punkt-Methode wurde nacheinander die elektrische Leitfähigkeit von Molybdän und Germanium in Abhängigkeit von der Temperatur gemessen. Hierzu wurde zunächst eine Molybdänprobe mit einer Schichtdicke w von 2 µm auf eine Heizplatte gelegt. Von oben mündeten in einer Reihe vier Goldnadeln in gleichem Abstand s auf die Probe. An den beiden äußeren Nadeln wurde ein konstanter Strom I_0 = (199,8 ± 0,1) mA eingeprägt. Zwischen den zwei inneren Nadeln wurde die Spannung gemessen. Zwischen die Halterung der Nadeln und der Heizplatte wurde ein Thermoelement eingespannt, mit welchem die tatsächliche Temperatur der Heizplatte gemessen wurde. Zum Aufheizen wurde die Heizplatte auf ca. 150°C eingestellt und während des Aufheizprozesses im Abstand von 10°C die Spannung abgelesen. Die Ausgangstemperatur betrug 27°C, der höchste Wert 147°C. Während des Abkühlens wurde die Spannung im Abstand von 5°C gemessen, bis eine Temperatur von 57°C erreicht war.

Für die Messung der elektrischen Leitfähigkeit von Germanium wurde ein Aluminiumkörper zwischen die Heizplatte und die Germaniumprobe (w = 150 µm) eingefügt, um einen gemäßigten Temperaturanstieg verzeichnen zu können. Das Thermoelement wurde hier zwischen die Halterungsvorrichtung der Nadeln und dem Aluminiumkörper eingebaut. Der angelegte Strom I_0 betrug 5,8 ± 0,1 mA. Die Ausgangstemperatur lag bei 80°C. Bis zu einer Maximaltemperatur von 250°C wurde in 5°C-Schritten die Spannung abgelesen.

3 Auswertung

3.1 Bestimmung des linearen Widerstandskoeffizienten von Molybdän

Zur Bestimmung des linearen Widerstandskoeffizienten von Molybdän wird ausgehend von Gl. (7) in einem Diagramm (siehe Abb. 1) der spezifische Widerstand ρ über der Temperatur T aufgetragen und mit Hilfe einer Regressionsgeraden die Steigung $\alpha\rho_0$ und der Ordinatenabschnitt ρ_0 ermittelt[1]. Anschließend wird über den Quotienten der beiden Werte α ausgerechnet.

[1] Mit Hilfe eines Tabellenkalkulationsprogrammes

Tabelle 1 - Messwerte für Molybdän

	$\alpha\rho_0$ [ΩmK^{-1}]	ρ_0 [Ωm]	α [K^{-1}]
Aufwärmen	9,347E-10	4,812E-08	0,0194
Abkühlen	9,287E-10	4,481E-08	0,021

3.2 Bestimmung der Bandlücke Germaniums

Mit Hilfe von Gl. (9) für die elektrische Leitfähigkeit kann die Bandlücke Germaniums durch Logarithmieren und Auftragen von ln(σ) über den Kehrwert der Temperatur (s. Abb.2) bestimmt werden

$$\sigma = \sigma_0 \cdot e^{\left(-\frac{E_G}{2 \cdot k_B \cdot T}\right)} \tag{13}$$

Umformen (logarithmieren mit ln):

$$\ln(\sigma) = -\frac{E_G}{2 \cdot k_B} \cdot \frac{1}{T} + \ln(\sigma_0) \tag{14}$$

Die Steigung der resultierenden Regressionsgeraden entspricht $-\frac{E_G}{2 \cdot k_B}$, ln(σ_0) entspricht dem Ordinatenabschnitt. Beide Werte werden durch Bestimmen und Auswerten der Regressionsgeraden im Diagramm (Abb.2) ermittelt.

$$-\frac{E_G}{2\,k_B} = -4175\,K$$

$$\ln(\sigma_0) = 14{,}75$$

Aus (15) folgt für die Bandlücke:

$$E_G = -\,2k_B \cdot 4175\,\mathrm{K} = 1{,}152 \cdot 10^{-19}$$

4 Diskussion

Literaturwerte:[2]

Temperaturkoeffizient $\alpha = 0{,}00435\ K^{-1}$ von 0-100°C für Molybdän

Bandlücke $E_G = 0{,}67eV$ bei 300K für Germanium

Der von uns ermittelte Wert für den Widerstandskoeffizienten von Molybdän ist deutlich größer als der Literaturwert (ca. um das Fünffache). Ein Grund hierfür könnte sein, dass die Probe beim Aufheizen bzw. beim Abkühlen nicht genau die Temperatur hatte die abgelesen wurde da die Temperatur nicht direkt auf der Probe gemessen wurde.

Des Weiteren könnte die Abweichung auch an Inhomogenitäten in der Schichtdicke unserer Probe liegen. Diese nimmt Gleichung (12) direkt Einfluss auf die Gerade im Diagramm. Das heißt, wenn die Schichtdicke größer wird, wird der spez. Widerstand größer und somit auch ρ_0 durch die Parallelverschiebung der Geraden im Diagramm da ρ_0 der Ordinatenabschnitt ist. Der Temperaturkoeffizient wird über die Steigung der Regressionsgeraden geteilt durch ρ_0 bestimmt. Folglich erhält man mit größerer Schichtdicke einen kleineren Temperaturkoeffizienten α.

Der von uns ermittelte Wert für die Bandlücke von Germanium liegt Nahe am Literaturwert und kann aufgrund aufgetretener Messungenauigkeiten wie oben bereits erwähnt (Temperaturübereinstimmung Probe zur angezeigten Temperatur am Thermoelement nicht korrekt) oder durch minimale Abweichungen in der Schichtdicke unserer Probe, als annähernd korrekt ermittelt angesehen werden.

[2] Aus: H.Kuchling, Taschenbuch der Physik, Fachbuchverlag Leipzig, 2001

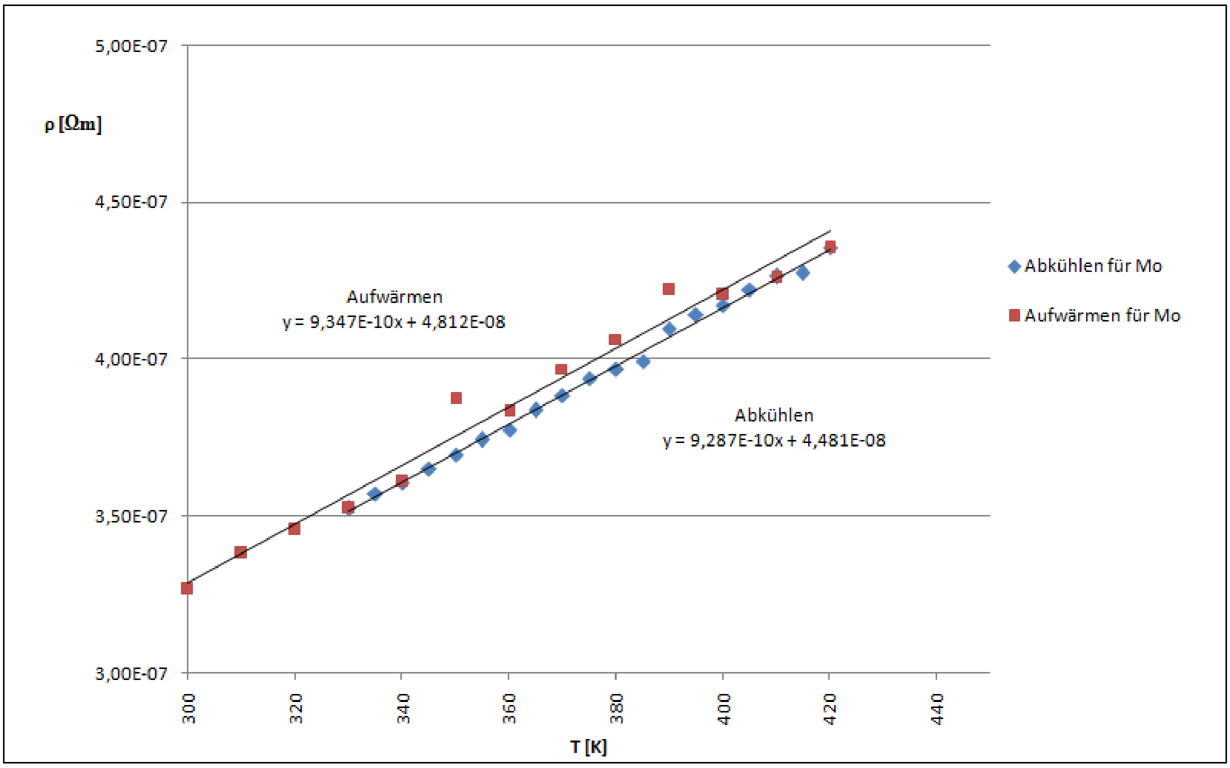

Abbildung 1 - Auftragung des spezifischen Widerstandes ρ über die Temperatur T für Mo

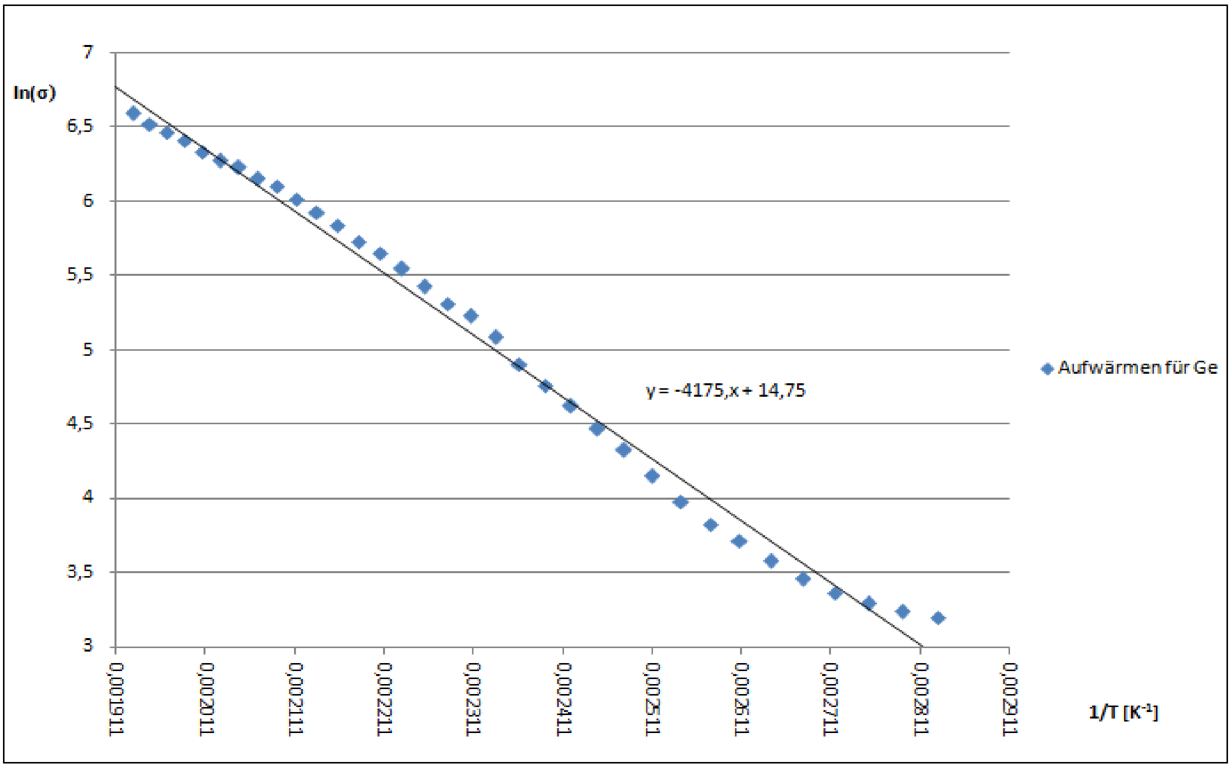

Abbildung 2 - Arrheniusplot, Auftragen von ln(σ) gegen den Kehrwert der Temperatur 1/T für Ge

5 Aufgaben

5.1 Metall

5.1.1 Aufgabe 1

Ansatz:

Da $P = U \cdot I$ und $U = R \cdot I$ folgt durch einsetzten $P = R \cdot I^2$

Aus $T(I) = m \cdot I + q$ folgt $I = \frac{T - q}{m}$ (A)

Und aus $\rho = \frac{A}{l} \cdot R$ folgt $R = \rho \cdot \frac{l}{A}$ (B)

durch einsetzten von R und I in $P = R \cdot I^2$ folgt $P = \rho \cdot \frac{l}{A} \cdot (\frac{T - q}{m})^2$

Aus (3) folgt mit den Werten $\alpha = 0{,}021 K^{-1}$ und $\rho_0 = 4{,}48 \cdot 10^{-8}\,\Omega m$

$\rho(773{,}15K) = 7{,}62 \cdot 10^{-7}\,\Omega m$

Mit den Werten

$l = 0{,}6m$; $A = \pi \cdot (1{,}25 \cdot 10^{-4} m)^2$; $T = 773{,}15\ K$; $q = 245{,}41K$; $m = 502{,}79 \frac{K}{A}$

erhält man für **P = 10,26 W**

5.1.2 Aufgabe 2

Aus $U = R \cdot I$ und Gleichung (3) folgt mit (A) und (B):

$$T^2 + (\frac{1}{\alpha} - q) \cdot T - (\frac{U \cdot A \cdot m}{l \cdot \alpha \cdot \rho_o} + \frac{q}{\alpha}) = 0$$

Aus der p-q Formel und mit den Werten

$l = 0{,}6m$; $A = \pi \cdot (1{,}25 \cdot 10^{-4} m)^2$; $T = 773{,}15\ K$; $q = 245{,}41K$; $m = 502{,}79 \frac{K}{A}$;

$\alpha = 0{,}021K^{-1}$; $\rho_0 = 4{,}48 \cdot 10^{-8}\,\Omega m$ und U = 12 V ergibt sich für T:

Tmax = 842,76 K

Der zweite Wert für T aus der p-q Formel beträgt -645,66 Kelvin. Da die Temperatur in Kelvin aber nicht negativ werden kann ist der Wert unbrauchbar.

Der Draht und das Netzteil sind für das Verdampfen von Calcium geeignet.

5.2 Halbleiter

5.2.1 Aufgabe 3

Aus $U = R \cdot I$ und

$$\rho(T) = \frac{1}{\sigma_0 \cdot e^{\left(-\frac{E_G}{2 \cdot k_B \cdot T}\right)}}$$

mit den Werten: $E_G = 1{,}152 \cdot 10^{-19}\,J$; $\sigma_o = e^{14{,}75}\ \Omega m^{-1}$; $T = 296{,}15\ K$ folgt

$$\rho_{Ge}(296{,}15\ K) = 0{,}519\ \Omega m$$

In einer Reihenschaltung ist der Strom an allen Widerständen gleich groß, also I_0.

$$I_0 = \frac{U_0}{R_{Mo} + R_{Ge}} \rightarrow I_0 = \frac{U_0}{\frac{l}{A} \cdot (\rho_{Mo} + \rho_{Ge})}$$ mit $U = 1\,V$ und $\rho_{Mo}(296{,}15\ K) = 3{,}19 \cdot 10^{-7}\,\Omega m$

Daraus ergibt sich für **$I_0 = 1{,}58 \cdot 10^{-7}$ A**

In einer Parallelschaltung sind die abfallenden Spannungen gleich groß.

Aus Aufgabe 1 folgt $I = \frac{U \cdot A}{\rho \cdot l}$

Mit U = 1V und $\rho_{Mo}(296{,}15\ K) = 3{,}19 \cdot 10^{-7}\ \Omega m$ folgt

$I_{Mo} = 0{,}256$ A

$I_{Ge} = 1{,}57 * 10^{-7}$ A

$I_0 = I_{Mo} + I_{Ge}$ = **0,256 A** → $\mathbf{I_0 \approx I_{Mo}}$

5.2.2 Aufgabe 4

Reihenschaltung: $R_{Mo} = \rho_{Mo} \cdot \frac{l}{A}$ $R_{Ge} = \rho_{Ge} \cdot \frac{l}{A}$

$R_{Mo} = 3{,}9\ \Omega$

$R_{Ge} = 6343788{,}7\ \Omega \approx 6{,}34\ M\Omega$

$R_{ges} = R_{Mo} + R_{Ge} = 6343792{,}6\ \Omega \approx$ **6,34 MΩ** → $\mathbf{R_{ges} \approx R_{Ge}}$

Der Widerstand von Germanium ist um mehrere Größenordnungen höher als der von Molybdän. Das Germanium beeinflusst den Gesamtwiderstand am meisten. ($R_{ges} \approx R_{Ge}$)

Parallelschaltung:

$$\frac{1}{R_{Mo}} = 0{,}256\ \Omega^{-1}$$

$$\frac{1}{R_{Ge}} = 1{,}58 \cdot 10^{-7}\ \Omega^{-1}$$

$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_{Mo}} + \frac{1}{R_{Ge}} = 0{,}256\ \Omega^{-1} \quad \rightarrow \quad \mathbf{R_{ges} = 3{,}906\ \Omega} \quad \rightarrow \quad \mathbf{R_{ges} \approx R_{Mo}}$$

Der Widerstand von Germanium ist um mehrere Größenordnungen höher als der von Molybdän. Also ist der Kehrwert kleiner. Das Molybdän beeinflusst den Gesamtwiderstand am meisten. ($R_{ges} \approx R_{Mo}$)