1. Experiment mit Fadenpendel
Zum Bestimmen der Fallbeschleunigung wurde ein Fadenpendel verwendet.
Mit der Fadenlänge l_1 wurde eine Periodendauer von $T_1 = 4{,}0$ s und mit der Fadenlänge l_2 eine von $T_2 = 7{,}0$ s gemessen. Die Differenz der Fadenlängen beträgt $\Delta l = 1{,}36$ m.
Berechne die Fallbeschleunigung. [1,62 m/s²]

2. Schraubenfeder
Eine Schraubenfeder wird durch Anhängen eines Massestücks von m = 200 g um 4,0 cm vorgespannt. Durch geeignetes Anstoßen in der Ruhelage nach oben schwingt das System mit der Amplitude A = 3,0 cm.
a) Berechne Frequenz f, Periodendauer T und Kreisfrequenz ω
b) Berechne die maximale Geschwindigkeit v und Beschleunigung a des Schwingers.
c) Erstelle die entsprechenden Schwingungsgleichungen für y(t), v(t) und a(t) und setze die entsprechenden Größen ein. [T = 0,40 s; f = 2,50 Hz; ω = 15,71 1/s; 0,47 m/s; 7,40 m/s²]
d) Welche Ergebnisse für f, T usw. entstehen, wenn die Masse m des Schwingers verdoppelt und vervierfacht wird?

3. Federschwinger
An einer Feder D = 20,0 N/m hängt eine Masse m = 460 g. Sie wird um 5,00 cm aus der Ruhelage nach unten ausgelenkt und dann losgelassen (t = 0).
a) Berechne f, T und ω
b) Erstelle die entsprechenden Schwingungsgleichungen y(t), v(t) und a(t) in allgemeiner Form und mit eingesetzten physikalischen Größen.
c) Zeichne die Diagramme y(t), v(t) und a(t) bis $\omega t = 3\pi$
d) Ermittle aus dem Diagramm die Zeitpunkte, bei denen die Elongation y = –3,0 cm beträgt.
e) Berechne den ersten Zeitpunkt, bei dem die Elongation y = –3,0 cm beträgt. Überlege eine einfache Regel zum Berechnen aller weiteren Zeitpunkte.

4. Flüssigkeitssäule
Ein U-Rohr besitzt einen Querschnitt von A = 1,5 cm². Es befindet sich Wasser der Masse m = 0,30 kg darin. Ein gleiches U-Rohr ist mit Benzin der gleichen Masse m = 0,30 kg gefüllt.
a) Berechne die Periodendauer T für Wasser und Benzin
b) Berechne die Geschwindigkeit der Flüssigkeiten im Nulldurchgang, wenn die Amplitude jeweils 1,0 cm beträgt.

5. (M233)
Von zwei gleichen Pendeluhren befindet sich eine am Nordpol ($g_1 = 9{,}83$ m/s²) und eine am Äquator ($g_2 = 9{,}78$ m/s²). Um wieviel Sekunden geht die Uhr am Äquator gegenüber der Uhr am Nordpol vor oder nach, wenn die Uhr am Nordpol exakt 24,000 h lief? (Behandeln wie ideale Fadenpendel) [$\Delta t = 200$ s]

6. (M234)
Eine Pendeluhr, deren Pendel bei richtigem Gang die exakte Schwingungsdauer T = 1,0000 s haben soll, geht täglich (= 24 h) 6 Minuten vor.
Um wieviel mm muß die Pendellänge verkürzt oder verlängert werden, damit die Uhr wieder richtig geht? (Ideales Fadenpendel, g = 9,81 m/s²) [2,06 mm]

7. U-Rohr (M236)
Ein U-Rohr hat den konstanten Querschnitt A = 6,50 cm². In das Rohr werden V = 400 cm³ Wasser gefüllt.
a) Berechne die Periodendauer der harmonischen Schwingung. [1,11 s]
b) Berechne die Geschwindigkeit der Wassersäule im Nulldurchgang für die Amplitude A = 5,0 cm.

8. (M86)
Für mechanische Schwingungsexperimente steht zur Verfügung: Eine elastische Schraubenfeder mit der Richtgröße D = 4,50 N/m, zwei gleiche Stahlkugeln der Masse m = 200 g, Stativmaterial und verdrillungsfreier Faden. Mit der einen Stahlkugel und der Schraubenfeder wird ein Federpendel und mit der anderen Stahlkugel und dem Faden wird ein Fadenpendel (kleine Amplituden) hergestellt.
a) Berechne die Fadenlänge l des Fadenpendels, wenn es die gleiche Periodendauer T erhalten soll wie das Federpendel. Allgemeine Herleitung einer Formel für die Länge l und dann erst gegebene Größen einsetzen! [436 mm]
b) Berechne die gemeinsame Periodendauer T [1,32 s]
c) Das Federpendel wird auf folgende Weise zum Schwingen gebracht: Die Stahlkugel wird aus ihrer Ruhelage heraus um y = 12,0 cm nach unten ausgelenkt und dann freigegeben. Um welche Höhe h muß man durch Auslenkung des Fadenpendels die andere Stahlkugel anheben, damit bei der gemeinsamen Periodendauer T die Stahlkugel in der tiefsten Lage die gleiche Geschwindigkeit besitzt wie die Stahlkugel des Federpendels beim Durchgang durch ihre Ruhelage? [h = 1,65 cm]

9. (HL437)
Zwei Sinusschwingungen gleicher Amplitude, deren Frequenzen sich wie 1:2 verhalten, beginnen gleichzeitig aus der Ruhelage. Nach 0,10 s sind ihre Elongationen zum ersten Mal gleich groß.
Berechne die beiden Frequenzen f_1 und f_2 [1,67 und 3,33]

10. (HL442)
Zwei Schwingungen gleicher Amplitude mit den Frequenzen $f_1 = 50$ Hz und $f_2 = 60$ Hz beginnen gleichzeitig aus der Nullage.
Berechne die Zeit in Sekunden, nach der die beiden Elongationen erstmalig gleich groß sind. [$4{,}55 \cdot 10^{-3}$ s]

11. (HL451)
Um eine Schraubenfeder um s = 8,0 cm zu dehnen ist die Arbeit W = 2,0 mNm erforderlich.
Berechne die Periodendauer der Schwingung, wenn eine Masse von m = 50 g angehängt wird. [1,78 s]

12. (HL452)
Die an einer Feder hängende Masse von m = 200 g führt innerhalb von einer Minute 42 Schwingungen aus.
Berechne die Dehnung s der Feder, wenn die Masse m im Ruhezustand an der Feder hängt. [0,507 m]

13. (HL455)
Ein im Wasser schwimmender Holzquader kann eine harmonische Schwingung ausführen. Warum kann eine im Wasser schwimmende Kugel keine harmonische Schwingung ausführen? Begründe durch Vergleich.

14. Energien beim Federpendel

Gegeben ist ein Federpendel, dessen Feder eine Federkonstante von D = 20,0 N/m besitzt. An der Feder hängt eine Masse von m = 630 g.

a) Leite eine Formel her zur Berechnung der Gesamtenergie.
b) Erstelle eine Tabelle, in der die Gesamtenergie in Abhängigkeit der Amplitude A berechnet wird. Als Amplitudenwerte sollen -6 cm über 0 bis +6 cm verwendet werden.
c) Erstelle einen Graphen, der die Abhängigkeit der Gesamtenergie von der Amplitude der Schwingung zeigt.
d) Die Amplitude der Schwingung sei A = 3,0 cm. Stelle die kinetische Energie in Abhängigkeit der Elongation y in einem Diagramm dar für y = 0; 1; 2 und 3 cm.
e) Bestimme aus dem Diagramm die Elongation y, bei der gilt: $E_{kin} = E_{pot}$
f) Berechne die Elongation, bei der gilt: $E_{kin} = E_{pot}$

15. Energien bei einer Schraubenfeder

An einer Schraubenfeder D = 60,0 N/m wird ein Körper der Masse m = 550 g angehängt. Der Körper wird 3,40 cm aus der Ruhelage nach unten ausgelenkt und losgelassen (t = 0).

a) Berechne die Geschwindigkeit des Körpers beim Passieren der Ruhelage. [0,355 m/s]
b) Leite die Formel $T = 2\cdot\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$ aus dem linearen Kraftgesetz her.
c) Berechne die Frequenz der Schwingung. [1,67 Hz]
d) Stelle die Schwingungsgleichung auf, die die Weg-Zeit-Beziehung darstellt mit eingesetzten Zahlen.
e) Die maximale Geschwindigkeit des Schwingers sei jetzt 36,0 cm/s. Berechne den Zeitpunkt t_1, bei dem das erste Mal die Geschwindigkeit $v_1 = 32{,}0$ cm/s erreicht wird. [0,105 s]
f) Berechne den Betrag der rücktreibenden Kraft bei der Zeit $t_1 = 0{,}105$ s. [0,931 N]
g) Bei einer bestimmten Elongation y_2 ist die Spannenergie = Bewegungsenergie. Berechne den Zeitpunkt t_2 und die Auslenkung y_2. [0,075 s; -2,4 cm]

16.

5. M233

$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ l = konst

$\left(\frac{T_1}{2\pi}\right)^2 = \frac{l}{g_1}$ $\left(\frac{T_2}{2\pi}\right)^2 = \frac{l}{g_2}$

Für T wurde die Laufzeit eingesetzt, da es egal ist, welche Periodendauer die Uhren haben
$T = 86{,}400 \cdot 10^3\,s$ bei 1 Jahr

$l = g_1 \frac{T_1^2}{4\pi^2}$ $l = g_2 \frac{T_2^2}{4\pi^2}$

$g_1 \frac{T_1^2}{4\pi^2} = g_2 \frac{T_2^2}{4\pi^2}$

$g_1 T_1^2 = g_2 T_2^2$

$T_2 = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} \cdot T_1 = \sqrt{\frac{9{,}83\,\frac{m}{s^2}}{9{,}78\,\frac{m}{s^2}}} \cdot 86{,}4 \cdot 10^3\,s$

$T_2 = 86{,}6206 \cdot 10^3\,s$ Uhr geht nach

$\Delta T = T_2 - T_1 = \underline{\underline{220{,}6\,s}}$

6. M234

$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

6 min $\hat{=}$ 360 s
Gesamtzeit $t = 86{,}4 \cdot 10^3\,s + 360\,s = 86\,760\,s$
Periodendauer $T_2 = \frac{86\,760\,s}{24 \cdot 3600} \hat{=} 1{,}00417\,s$
$T_1 = 1{,}000\ldots\,s$

$\Delta l = l_2 - l_1$

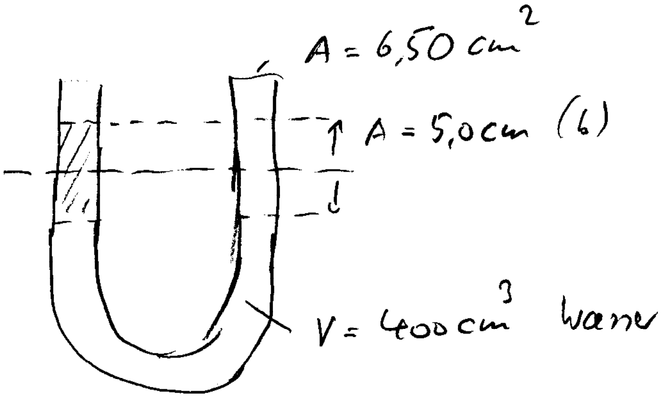
$= g\frac{T_2^2}{4\pi^2} - g\frac{T_1^2}{4\pi^2}$

$= \frac{g}{4\pi^2}\left(T_2^2 - T_1^2\right)$

$= \frac{9{,}81\,\frac{m}{s^2}}{4\pi^2}\left((1{,}00417\,s)^2 - (1{,}000\ldots\,s)^2\right) = 2{,}075 \cdot 10^{-3}\,m$

$= \underline{\underline{2{,}08\,mm}}$

7. M 236



a) $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{2g}}$ $\qquad V = l \cdot A$

$l = \frac{V}{A} = \frac{400\,cm^3}{6{,}50\,cm^2} = 61{,}54\,cm = 0{,}6154\,m$

$T = 2\pi \sqrt{\frac{0{,}6154\,m}{2 \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2}}} = 1{,}113\,s = \underline{\underline{1{,}11\,s}}$

b) $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1{,}113\,s} = 5{,}646\,\frac{1}{s}$

$y = A \sin \omega t$

$v = A\omega \cos \omega t$

$v = A \cdot 5{,}646\,\frac{1}{s} \cdot \cos\left(5{,}646\,\frac{1}{s} \cdot t\right)$

mit Einsetzen der Amplitude z.B. A = 5,0 cm folgt

$v = 5{,}0\,cm \cdot 5{,}646\,\frac{1}{s} \cdot \cos\left(5{,}646\,\frac{1}{s} \cdot t\right)$

$v = 28{,}23\,\frac{cm}{s} \cos\left(5{,}646\,\frac{1}{s} \cdot t\right)$

$\underline{\underline{\hat{v} = 28{,}2\,\frac{cm}{s}}}$

Lösung für Nr. 8 (M86)

a) Für die Schwingungsdauer von Federpendel bzw. Fadenpendel gilt

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}} \quad \text{bzw.} \quad T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Gleichsetzen der Terme für T ergibt

$$\frac{m}{D} = \frac{l}{g},$$

$$l = \frac{m g}{D},$$

$$l = \frac{0{,}2\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m\,s^{-2}}}{4{,}5\,\mathrm{N\,m^{-1}}},$$

$$l = 0{,}436\,\mathrm{m},$$

$$l = 43{,}6\,\mathrm{cm}.$$

b)

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}},$$

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{0{,}2\,\mathrm{kg}}{4{,}5\,\mathrm{N\,m^{-1}}}},$$

$$T = 1{,}32\,\mathrm{s}.$$

c) Für die Elongation einer ungedämpften harmonischen Schwingung des Federpendels gilt

$$s = s_{\max} \cdot \cos \omega t,$$

wenn mit $t = 0$ der Zeitpunkt des Freigebens der Stahlkugel bezeichnet wird. Damit folgt

$$v = -\omega \cdot s_{\max} \cdot \sin \omega t.$$

Die Stahlkugel geht zur Zeit $t = \frac{T}{4}$ erstmals durch die ursprüngliche Ruhelage.

Mit $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ist $\sin \omega t = \sin \frac{\pi}{2} = 1$, also

$$v_{\max} = \omega \cdot s_{\max}.$$

Für das Fadenpendel ist in der tiefsten Lage die kinetische Energie der Stahlkugel gleich der ursprünglichen potentiellen Energie:

$$\tfrac{1}{2} \cdot m v_{\max}^2 = m g h,$$

$$v_{\max} = \sqrt{2 g h}.$$

Gleichsetzen der Terme für $v_{\max}$ ergibt

$$\sqrt{2 g h} = \omega \cdot s_{\max},$$

$$h = \frac{\omega^2 \cdot s_{\max}^2}{2 g}.$$

Mit $\omega^2 = \frac{D}{m}$ folgt

$$h = \frac{D \cdot s_{\max}^2}{2 m g},$$

$$h = \frac{4{,}5\,\mathrm{N\,m^{-1}} \cdot 144 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m^2}}{2 \cdot 0{,}2\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m\,s^{-2}}},$$

$$h = 1{,}65 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m},$$

$$h = 1{,}65\,\mathrm{cm}.$$

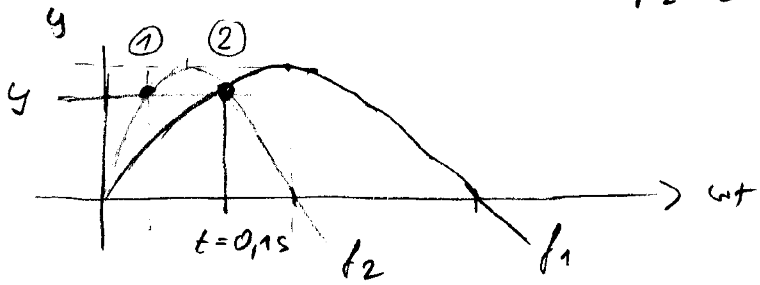
HL 437

$y_1 = A \sin \omega_1 t$

$y_2 = A \sin \omega_2 t$

$t = 0{,}10\ s$

$f_2 = 2 \cdot f_1 \Rightarrow \omega_2 = 2\omega_1$



$y_1 = y_2$

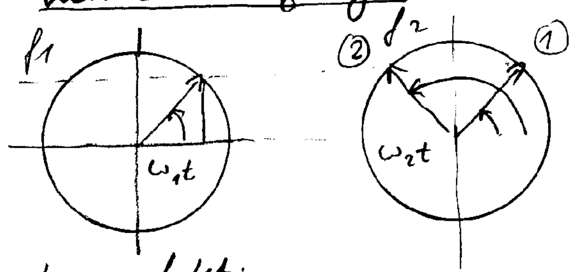
$A \sin \omega_1 t = A \sin \omega_2 t$

$\sin \omega_1 t = \sin \omega_2 t$

bei genauer Betrachtung des f_2 - Liniendiagramms wird die Amplitude y erstmalig schon früher als 0,1 s erreicht.

$y = A \sin \omega_2 t$ darf so nicht stehen bleiben.

weitere Überlegung



Punkt ① wird berechnet mit (Beispiel mit 30°)

$\sin(180° - 150°) = \sin 30°$

$180° \Rightarrow \pi$

$y = A \sin(\pi - \omega_2 t)$

dann folgt:

$\sin \omega_1 t = \sin(\pi - \omega_2 t)$

$\omega_1 t = \pi - \omega_2 t \qquad \omega_2 = 2\omega_1$

$\omega_1 t = \pi - 2\omega_1 t$

$3\omega_1 t = \pi$

$3 \cdot 2\cancel{\pi} f_1 t = \cancel{\pi}\ 1$

$f_1 = \frac{1}{6 \cdot t} = \frac{1}{6 \cdot 0{,}1\ s} = \underline{\underline{1{,}667 \frac{1}{s}}}$

$f_2 = 2 \cdot f_1 = \underline{\underline{3{,}33 \frac{1}{s}}}$

Probe mit

$\sin \omega_1 t = \sin \omega_2 t$

$\sin \underbrace{2 \cdot \pi \cdot 1{,}667 \tfrac{1}{s} \cdot 0{,}1\ s}_{1{,}047} = \sin \underbrace{2 \cdot \pi \cdot 3{,}33 \tfrac{1}{s} \cdot 0{,}1\ s}_{2{,}094}$

$0{,}8659 = 0{,}8661 \longrightarrow$ stimmt!

$\sin \omega_1 t = \sin(\pi - \omega_2 t)$

$\sin 1{,}047 = \sin(\pi - 2{,}094)$

$\sin 1{,}047 = \sin 1{,}047 \longrightarrow$ stimmt!

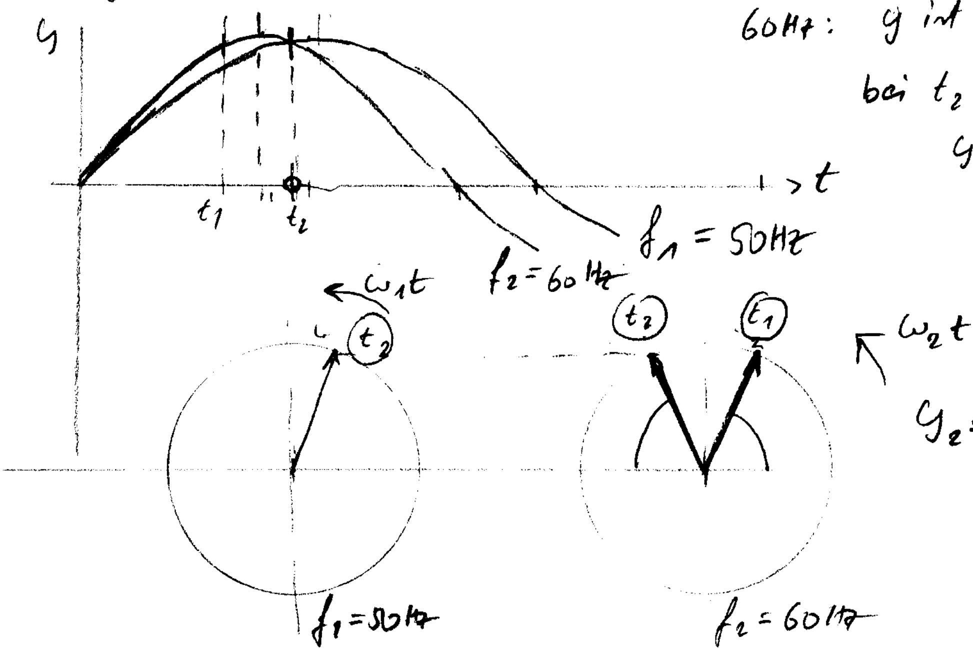
Lösung für Nr. 10 (HL442)

HL442

$$y_1 = A \sin \omega_1 t$$
$$y_2 = A \sin \omega_2 t \qquad y_1 \equiv y_2$$

$$A \sin \omega_1 t = A \sin \omega_2 t$$
$$\omega_1 t = \omega_2 t \quad \rightarrow \text{ das kann nicht sein}$$

Weitere Überlegung:
Da die Frequenzen nicht sehr verschieden sind, gilt folgendes Linien-diagramm

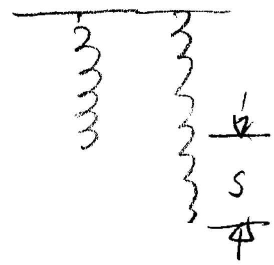


60Hz: y ist gleich bei t_1 und t_2
bei t_2 gilt, daß $y_1 = y_2$ ist

$$y_2 = A \sin(\pi - \omega_2 t)$$

$$\sin \omega_1 t = \sin(\pi - \omega_2 t)$$
$$\omega_1 t = \pi - \omega_2 t$$
$$\omega_1 t + \omega_2 t = \pi$$
$$t = \frac{\pi}{\omega_1 + \omega_2} = \frac{\pi}{2\pi(f_1 + f_2)} = \frac{1}{2(f_1 + f_2)}$$
$$t = \frac{1}{2\left(50\frac{1}{s} + 60\frac{1}{s}\right)} = \frac{1}{220 s} = \underline{\underline{4{,}55 \cdot 10^{-3} s}}$$

11 HL 451



$\Delta W = 2{,}0 \text{ mNm}$ für $\Delta s = 8{,}0 \text{ cm}$

$$\Delta W = E_{Span} = \frac{1}{2} D s^2 \qquad D = \frac{F}{s}$$

$$D = \frac{2E_{Sp}}{s^2} = \frac{2 \cdot 2{,}0 \cdot 10^{-3}\,\text{Nm}}{(0{,}080\,\text{m})^2} = 0{,}625\,\frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}050\,\text{kg}}{0{,}625\,\frac{\text{N}}{\text{m}}}} = \underline{\underline{1{,}78\,\text{s}}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\frac{2E_{Sp}}{s^2}}} = 2\pi\sqrt{\frac{m \cdot s^2}{2\,E_{Sp}}}$$ allgemein hergeleitet

12 HL 452

$$T = \frac{1\,\text{min}}{42} = \frac{60\,\text{s}}{42} = 1{,}429\,\text{s} \Rightarrow f = 0{,}70\,\text{Hz}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$$

$$D = m\,\frac{4\pi^2}{T^2} = 0{,}200\,\text{kg}\,\frac{4\pi^2}{(1{,}43\,\text{s})^2} = 3{,}869\,\frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$D = \frac{F}{s} = \frac{m \cdot g}{s}$$

$$s = \frac{mg}{D} = \frac{0{,}200\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{3{,}869\,\frac{\text{N}}{\text{m}}} = \underline{\underline{0{,}507\,\text{m}}}$$

13 HL 455

Die Auftriebskraft ist nicht proportional zur Eintauchtiefe bei einer Kugel